Plano de Amostragem para Testes por Atributos

Jonas Liebl

Os testes por atributos tem o objetivo de estimar para o universo proporções de incidências observadas em amostras, a fim de possibilitar a formação de opinião acerca do todo. Ao analisar uma amostra, podemos dividi-la em dois subconjuntos distintos, de acordo com os propósitos do exame. Assim, se o objetivo é identificar não-conformidades, encontraremos um subconjunto de elementos que satisfazem esse objetivo, cuja proporção é representada por "p", e outro subconjunto de elementos que não satisfazem o objetivo, cuja proporção é representada por "q" ou "(1-p)". Essa dualidade de "não-conformidades" x "conformidades" nos remete à distribuição de probabilidade binomial, entretanto, dadas as dificuldades de viabilizar os cálculos, pode-se utilizar outras distribuições de probabilidade como aproximação da binomial mediante atendimento a determinadas regras. Nesse sentido, softwares consagrados de auditoria como o *Audit Command Language – ACL* e o *Interactive Data Extraction & Analysis – IDEA* utilizam a distribuição de Poisson para dimensionamento e avaliação de amostras, cujos princípios são objeto do presente estudo.

A fórmula para se determinar a probabilidade de um dado número X de ocorrências em uma distribuição de Poisson é:

$$p(x=k)=\frac{e^{-\lambda}(\lambda)^{k}}{k!}$$

$p(x=k)$	=	probabilidade de um dado número X de ocorrências, estas sendo do tipo sim ou não, falso ou verdadeiro, certo ou errado, fracassos ou sucessos, não-conformidades ou conformidades;
e	=	constante 2,71828182846, utilizada para cálculos com logaritmos naturais;
λ	=	letra grega "lambda", utilizada para representar a expressão "*np*", também conhecida como valor esperado de X ou média, sendo "*p*" a proporção observada e "*n*" o número de repetições do experimento que se deseja testar;
k	=	número de ocorrências que se deseja testar.

Jonas Liebl
é formado em Ciências Contábeis com especialização em Finanças e Engenharia Econômica.

Artigo publicado na Revista do CRCPR nº 134, do 3º quadrimestre de 2002

Exemplo:

Tem-se observado, em trabalhos de Auditoria relativos a abertura de contas correntes, não-conformidades na ordem de 4%.

Qual é a probabilidade de se observar a mesma incidência num próximo trabalho, em que será examinada uma amostra de 50 contas?

O valor esperado de X, conhecido por λ , é dado por $np = 50 \times 4\% = 2$. No exemplo em pauta, deseja-se saber qual é a probabilidade de encontrarmos 2 não-conformidades nessa amostra de 50.

Assim, temos que:

$$p(x = 2) = \frac{e^{-2}(2)^2}{2!} = 0,270671$$

ou seja, a probabilidade de encontrarmos, nessa amostra de 50, exatamente 2 não-conformidades é de 27,0671%.

O valor esperado de 2 não elimina as outras possibilidades de existência de não-conformidades, podendo-se esperar desde zero até cerca de 12, com maior ou menor grau de probabilidade. O quadro abaixo demonstra as probabilidades associadas a cada possibilidade de ocorrência que pode ser encontrada nessa amostra de 50, sendo que as maiores probabilidades estão sendo sinalizadas para 1 ou 2 não-conformidades:

Não-conformidades	Probabilidade	Não-conformidades	Probabilidade
-	-	6	0,012030
0	0,135335	7	0,003437
1	0,270671	8	0,000859
2	0,270671	9	0,000191
3	0,180447	10	0,000038
4	0,090224	11	0,000007
5	0,036089	12	0,000001

"Os testes por atributos tem o objetivo de estimar para o universo proporções de incidências observadas em amostras, a fim de possibilitar a formação de opinião acerca do todo."

Outra característica importante da distribuição de Poisson é que o valor esperado é resultante do somatório de todas as possibilidades de ocorrências ponderadas pela sua respectiva probabilidade. Assim sendo, na nossa amostra de 50, o valor esperado λ dado por $np = 50 \times 4\% = 2$ pode ser demonstrado pelo somatório da coluna (A x B) do quadro abaixo:

Não-conformidades (A)	Probabilidade (B)	(A x B)	Não-conformidades (A)	Probabilidade (B)	(A x B)
0	0,135335	0,000000	7	0,003437	0,024060
1	0,270671	0,270671	8	0,000859	0,006874
2	0,270671	0,541341	9	0,000191	0,001719
3	0,180447	0,541341	10	0,000038	0,000382
4	0,090224	0,360894	11	0,000007	0,000076
5	0,036089	0,180447	12	0,000001	0,000014
6	0,012030	0,072179	**Soma**		**1,999997**

Finalmente, no tocante à conceituação introdutória da distribuição de Poisson, temos que o somatório das probabilidades de todas as possibilidades de ocorrências corresponde a 1, ou seja, 100% da composição do valor esperado λ, cuja demonstração a seguir se faz importante para inferências posteriores:

Não-conformidades	Probabilidade	Probabilidade Acumulada	Não-conformidades	Probabilidade	Probabilidade Acumulada
-	-	-	6	0,012030	0,995466
0	0,135335	0,135335	7	0,003437	0,998903
1	0,270671	0,406006	8	0,000859	0,999763
2	0,270671	0,676676	9	0,000191	0,999954
3	0,180447	0,857123	10	0,000038	0,999992
4	0,090224	0,947347	11	0,000007	0,999999
5	0,036089	0,983436	12	0,000001	1,000000

Essa tabela permite observações muito interessantes acerca do comportamento das probabilidades da amostra, como, por exemplo, pela probabilidade acumulada verificamos que, embora possam ocorrer até 12 não-conformidades, existe 98,3436% de chance de que não ocorram mais do que 5.

As inferências baseadas na distribuição de Poisson para amostragem estatística tem sua origem na probabilidade acumulada. Em função de determinada expectativa de não-conformidades e de determinada probabilidade acumulada desejada, podemos calcular o λ que satisfaça tal condição. Exemplificando, se desejarmos uma probabilidade acumulada de 5% para zero não-conformidade, temos λ calculado conforme segue:

$$\frac{e^{-\lambda}(\lambda)^0}{0!} = 0{,}05$$

donde λ é igual a 3,00.

Em outro exemplo, em que desejamos uma probabilidade acumulada de 5% para até uma não-conformidade, λ é calculado como a seguir:

$$\frac{e^{-\lambda}(\lambda)^0}{0!} + \frac{e^{-\lambda}(\lambda)^1}{1!} = 0{,}05$$

donde λ é igual a 4,75.

O cálculo de λ reveste-se de certa complexidade, sendo conseguido por processo iterativo. A maneira mais fácil de solucioná-lo é através de funções como "Atingir Meta" do MS Excel ou do "Solver" de calculadoras Hewlett Packard. Para facilitar a obtenção dos valores de λ, calculados em função de determinada expectativa de não-conformidades e de determinada probabilidade acumulada desejada, existe uma tabela denominada UEL TABLE (Upper Error Limit Table). Dessa forma, sabendo-se que $\lambda = np$, onde "n" é o número de repetições do experimento que se deseja testar e "p" é a proporção observada, pode-se calcular o tamanho de uma amostra a partir do valor de λ obtido na UEL TABLE e do "p" conhecido em experimentações anteriores.

"Os testes de auditoria aplicados sobre uma amostra objetivam assegurar que determinado parâmetro de aceitação não será extrapolado no universo, a fim de que este seja considerado adequado."

Exemplificando, tem-se observado, em trabalhos de Auditoria relativos a abertura de contas correntes, não-conformidades na ordem de 4%. Qual é o tamanho da amostra que possibilita inferir para o universo a incidência observada, desejando-se testar nessa amostra apenas zero ou 1 erro?

λ = np

λ = 4,75 (vide UEL Table para probabilidade acumulada de 0,05, com incidência de até 1 não-conformidade na amostra)

p = 0,04 (proporção observada)

$n = \lambda / p$

n = 4,75 / 0,04 = 119

Se examinarmos a amostra de 119 contas e encontrarmos zero ou uma conta com não-conformidade, a respectiva probabilidade acumulada não extrapolará 0,05, ou 5%. Pode-se inferir que, em se tratando de uma distribuição de Poisson, o comportamento dos 0,95 restantes tenderá a confirmar que a incidência de 4% não será ultrapassada.

Por outro lado, se encontrarmos, a título de exemplo, quatro contas com não-conformidade nessa amostra, poderemos, num processo inverso, calcular qual o percentual de incidências esperado para o universo:

$\lambda = np$

λ = 9,16 (vide UEL Table para probabilidade acumulada de 0,05, com incidência de até 4 não-conformidades na amostra)

$p = \lambda / n$

p = 9,16 / 119 = 0,0770 = 7,70%

Os testes de auditoria aplicados sobre uma amostra objetivam assegurar que determinado parâmetro de aceitação não será extrapolado no universo, a fim de que este seja considerado adequado. Nesse sentido, o tamanho da amostra deve ser suficiente para que o opinamento do auditor tenha fundamento científico, observado o parâmetro de aceitação e o nível de confiança desejados, e a sua seleção se dê de forma completamente isenta, permitindo que todos os elementos do universo tenham a mesma chance de participarem do processo de escolha.

Supondo que, no nosso exemplo, 4% seja o parâmetro de aceitação do auditor para validação do universo, o fato de encontrarmos zero ou uma conta com não-conformidade ensejaria o opinamento de adequado. Entretanto, caso nos deparássemos com quatro contas com não-conformidade, obviamente o parâmetro de aceitação seria extrapolado diante da expectativa de uma incidência de 7,70% para o universo, implicando julgá-lo inadequado.

A tabela abaixo fornece os valores de λ para até seis não-conformidades, com probabilidades acumuladas de 10%, 5%, 2,5% e 1%, o que corresponde à probabilidade inferida para o universo de 90%, 95%, 97,5% e 99%, respectivamente. Essa probabilidade inferida para o universo é conhecida como nível de confiança.

Probabilidade Acumulada (%) =	**10**	**5**	**2,5**	**1**
Nível de Confiança (%) =	**90**	**95**	**97,5**	**99**
0	2,31	3,00	3,69	4,61
1	3,89	4,75	5,58	6,64
2	5,33	6,30	7,23	8,41
3	6,69	7,76	8,77	10,05
4	8,00	9,16	10,25	11,61
5	9,28	10,52	11,67	13,11
6	10,54	11,85	13,06	14,58

Em termos práticos, podemos reduzir substancialmente o tamanho das amostras quando realizamos testes para zero não-conformidade. No nosso exemplo relativo a abertura de contas correntes, obteríamos uma redução de 37% em relação ao tamanho da amostra calculada anteriormente:

$\lambda = np$

$\lambda = 3{,}00$ (vide UEL Table para probabilidade acumulada de 0,05, com incidência de zero não-conformidade na amostra)

$p = 0{,}04$ (proporção observada)

$n = \lambda / p$

$n = 3{,}00 / 0{,}04 = 75$

"Minimizar os riscos de auditoria, assegurar maior grau de certeza na formação de opinião e agregar valor ao processo como um todo constituem-se o nosso objetivo maior e, nesse sentido, o ferramental estatístico tem muito a contribuir, principalmente como desafio à criação de múltiplas possibilidades de ampliação das nossas competências pessoais."

Um aspecto interessante da definição de amostras para teste de zero não-conformidade é que a mesma facilita a adoção, no exame, do procedimento de "stop or go". Isso permite que o exame seja encerrado no momento em que encontrarmos qualquer não-conformidade, mesmo que a amostra não tenha sido examinada na sua totalidade, porque já estará assegurado que o parâmetro de aceitação do auditor foi extrapolado, configurando o universo como inadequado. Num plano de amostragem parametrizado dessa forma, a incidência observada na totalidade da amostra não é relevante para fundamentar a opinião do auditor a não ser que, de fato, não se encontre qualquer não-conformidade na amostra, o que implicará o seu exame completo.

Entretanto, caso seja do interesse do auditor examinar a totalidade da amostra para, diante da quantidade de não-conformidades encontrada, proceder a sua avaliação e estimar a incidência para o universo, cabe lembrar que estamos utilizando a distribuição de Poisson como aproximação das probabilidades binomiais, o que enseja o atendimento a algumas regras:

- *n* maior ou igual a 30;
- *np* menor que 5; ou,
- *n*(1-*p*) menor que 5.

Por conseguinte, a avaliação de amostras que não atendam às regras acima poderá sofrer distorções consideráveis ao serem efetuadas sob o enfoque da distribuição de Poisson. Por esse motivo, não se recomenda efetuá-la pelo ACL ou IDEA, mas, sim, utilizar a incidência estimada para o universo calculada pela própria distribuição binomial. Embora a literatura técnica não tenha qualquer referência a respeito, pode-se calculá-la através da função "Atingir Meta" do MS Excel, por similaridade com o cálculo efetuado pela distribuição de Poisson.

A amostra de 75 elementos, selecionada para testar o parâmetro de aceitação de 4% com um nível de confiança de 95%, atende aos mencionados requisitos tanto quanto ao *n* quanto ao *np* (75 x 4% = 3), sendo possível, neste caso, o uso da distribuição de Poisson como aproximação da binomial.

Embora esta seja apenas uma pequena incursão no mundo da Estatística Aplicada à Auditoria, é uma grande oportunidade para compartilhar conheci-mentos pessoais com profissionais interessados no assunto, trazendo aspectos de uma matéria tão carente de abordagens mais aprofundadas na literatura técnica. Minimizar os riscos de auditoria, assegurar maior grau de certeza na formação de opinião e agregar valor ao processo como um todo constituem-se o nosso objetivo maior e, nesse sentido, o ferramental estatístico tem muito a contribuir, principalmente como desafio à criação de múltiplas possibilidades de ampliação das nossas competências pessoais. ■

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA:

SILVA, Ermes Medeiros da, e outros. Estatística para os Cursos de Economia, Administração e Ciências Contábeis, Volume 2, 2ª Edição, Editora Atlas, São Paulo, 1997.

KASMIER, Leonard J. Estatística Aplicada à Economia e Administração, Editora McGraw Hill do Brasil Ltda., São Paulo, 1982.

ACL Services Ltd. Manual de Referência do ACL para Windows 6, 1998.